BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Varianta 26

Prof: Dogaru Ion

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea punctajului obţinut la 10.**
-

SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$(1+i)^4 = -4$ $(1-i)^4 = -4$ $(1+i)^{2012} - (1-i)^{2012} = 0$	**2p** **2p** **1p**
2.	$11x + 4 \geq 0 \Rightarrow x \geq \frac{-4}{11}$ $x^2 - 7x = 0$ $x_1 = 0;\ x_2 = 7$	**1p** **2p** **2p**
3.	$2\cos^2 x + \cos x - 1 = 0$ $\cos x = ½$ şi $x \in [0, 2\pi] \Rightarrow x = \pi/3$ şi $x = \frac{5\pi}{3}$ $\cos x = -1$ şi $x \in [0, 2\pi] \Rightarrow x = \pi$	**1p** **2p** **2p**
4.	f strict crescătoare $\Rightarrow$ f este injectivă f({1,2,3,4}) are 4 elemente Numărul funcţiilor = $C_6^4 = 15$	**2p** **3p**
5.	Fie M mijl.segmentului [A,B] $\Rightarrow$ M(-1,1) $m' = -4/3$ AM: $4x + 3y - 1 = 0$	**1p** **2p** **2p**
6.	$a_3 = a_6 - 3r$ $a_{19} = a_{16} + 3r$ $a_3 + a_{19} = 2012$	**2p** **2p** **1p**

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. a)	$\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = -1 \Rightarrow \text{rang}M \geq 2, \forall m \in \mathbf{R}$ $\det M = m^2 - 6m + 5$ $\text{rang}M = 2 \Rightarrow m_1 = 1;\ m_2 = 5$	**1p** **2p** **2p**
b)	A,B,C necoliniare $\Leftrightarrow \det M \neq 0$ $m \in \mathbf{R} \setminus \{1, 5\}$	**3p** **2p**
c)	$A_{ABC} = \frac{1}{2}\lvert m^2 - 6m + 5\rvert$ $m^2 - 6m + 5 = (m-3)^2 - 4$ Pentru $m \in [1,5]$, triunghiul ABC are aria maximă dacă $m = 3 \Rightarrow$ Aria max = 2	**1p** **2p** **2p**
2. a)	$x,y \in G \Rightarrow 1 + xy > 0$ $x,y \in G \Rightarrow \frac{(x+1)(y+1)}{1+xy} > 0 \Leftrightarrow x * y > -1$	**1p** **1p**

	$x,y \in G \Rightarrow \dfrac{(x-1)(y-1)}{1+xy} < 0 \Leftrightarrow x*y > -1$ $x,y \in G \Rightarrow x*y \in G \Leftrightarrow$ G parte stabilă	**1p** **2p**
b)	$f(x*y) = \dfrac{1+xy-x-y}{1+xy+x+y}, \quad \forall x,y \in G$ $f(x)\cdot f(y) = \dfrac{1+xy-x-y}{1+xy+x+y}, \forall x,y \in G$ $f(x*y) = f(x)\cdot f(y), \ \forall x,y \in G$	**2p** **2p** **1p**
c)	$f(\frac{1}{n}) = \dfrac{n-1}{n+1}, \forall n \geq 1$ $f(y) = f(\frac{1}{2}*\frac{1}{3}*\cdots*\frac{1}{9}) = f(\frac{1}{2})\cdot f(\frac{1}{3})\cdot\cdots\cdot f(\frac{1}{9}) =$ 1/45 $\dfrac{1-y}{1+y} = \dfrac{1}{45}$ $y = \frac{1}{2}*\cdots*\frac{1}{9} = \dfrac{22}{23}$	**1p** **2p** **1p** **1p**

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. a)	$f'(x) = \dfrac{3x^4+x^2+3}{x^2+1}, \forall x \in \mathbf{R}$ $f'(x) > 0, \forall x \in \mathbf{R} \ \Rightarrow$ f este strict crescătoare pe **R**	**3p** **2p**
b)	f este strict crescătoare pe **R** $\Rightarrow$ f este injectivă f continuă $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \pm\infty \ \Rightarrow$ f este surjectivă f este bijectivă	**1p** **1p** **2p** **1p**
c)	$l = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^3-2x+5\operatorname{arctg}x}{x^m}$ Dacă $m > 3$ atunci $l = 0$ Dacă $m < 0$ atunci $l = \infty$ Dacă $m = 3$ atunci $l = 1$	**1p** **1p** **1p** **2p**
2. a)	$I_2 = e - 2I_1$ $I_1 = 1$ $I_2 = e - 2$	**2p** **2p** **1p**
b)	$x^n e^x > 0$ oricare ar fi $x \in [0,1] \Rightarrow I_n > 0$,oricare ar fi $n \in N^*$ $I_{n+1} - I_n = \int_0^1 x^n(x-1)e^x dx < 0$ oricare ar fi $n \in N^* \Rightarrow (I_n)_{n>1}$ este strict descrescător $1 = I_1 \geq I_n > 0, \forall n \in \mathbf{N^*} \Rightarrow (I_n)_{n>1}$ este mărginit $(I_n)_{n>1}$ monoton şi mărginit $\Leftrightarrow (I_n)_{n>1}$ convergent.	**1p** **2p** **1p** **1p**
c)	$I_{n+1} = e - (n+1)I_n$, oricare ar fi $n \in \mathbf{N^*}$ $nI_n = e + I_n - I_{n+1}$, oricare ar fi $n \in \mathbf{N^*}$ $(I_n)_{n>1}$ convergent $\Rightarrow \lim\limits_{n\to\infty}(I_n - I_{n+1}) = 0$ $\lim\limits_{n\to\infty} nI_n = e$	**2p** **1p** **1p** **1p**